

## 河北省 2023 年普通高校专升本考试

## 高等数学(一) (理工类) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题卡的相应位置上)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2023x}{x} = ( \quad )$

- A. 0  
B. 2023  
C.  $\frac{1}{2023}$   
D. 1

2. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + a, & x \geq 0 \\ 2e^x, & x < 0 \end{cases}$ , 在其定义域内连续, 则常数  $a = ( \quad )$

- A. 0  
B. 1  
C. 2  
D. 3

3. 已知函数  $y = \tan 5x$ , 则微分  $dy = ( \quad )$

- A.  $\sec^2 5x$   
B.  $5\sec^2 5x$   
C.  $\sec^2 5x dx$   
D.  $5\sec^2 5x dx$

4. 定积分  $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 1} dx = ( \quad )$

- A. 2  
B.  $\frac{1}{4}$   
C.  $\frac{1}{2}$   
D. 1

5. 不定积分  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = ( \quad )$

- A.  $\cos \sqrt{x} + C$   
B.  $-\cos \sqrt{x} + C$   
C.  $2 \cos \sqrt{x} + C$   
D.  $-2 \cos \sqrt{x} + C$

6. 下列级数收敛的是 ( )

- A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+5}{3^n}$   
B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$   
C.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-2}{2n+3}$   
D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$

7. 下列方程为一阶线性非齐次微分方程 ( )

- A.  $y' + x^4 \arcsin y = x$   
B.  $y^2 y' + e^x y = \ln x$   
C.  $y' + \sqrt{1+x^2} y = \sin x$   
D.  $y' + \ln \frac{y}{x} = 0$

8. 三阶行列式  $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = ( \quad )$

- A. -1  
B. -7  
C. 1  
D. 7

9. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ , 矩阵 A 的逆矩阵  $A^{-1} =$  \_\_\_\_\_

- A.  $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$   
B.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$   
C.  $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$   
D.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

10. 曲线 L 为三个顶点分别为 (1, 0), (2, 2), (3, 0) 的三角的正向边界,

$$\oint_L (x^2 y \cos x + 2xy \sin x - 2y) dx + (x^2 \sin x - 3x + y) dy = ( \quad )$$

- A. -2  
B. -10  
C. 2  
D. 10

二、填空题(本大题共5小题,每小题4分,共20分,将答案填写在答题卡的相应位置上)

11. 已知函数  $f(x) = \ln(1+x)$ , 则该函数的二阶导数  $f''(x) =$  \_\_\_\_\_.

12. 过点  $(2, 4, -1)$  且与直线  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$  垂直的平面方程为 \_\_\_\_\_.

13. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{5^n} (x+1)^n$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

14. 微分方程  $y'' - 4y' + 3y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = 5$  的特解为 \_\_\_\_\_.

15. 设函数  $z = \frac{x}{x^2 + y^2}$ , 则全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题(本大题共4小题,每小题10分,共40分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题卡的相应位置上)

16. 已知函数  $y = 2x^3 - 6x^2 + 7$ , 求

(1) 单调区间和极值.

(2) 曲线  $y = 2x^3 - 6x^2 + 7$  的凹凸区间和拐点.

17. 求线性方程组  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 6 \end{cases}$  通解.

18. 设函数  $z = f(y, xe^y)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

19. 计算二重积分  $\iint_D 2xy d\sigma$ , 其中积分区域  $D$  是由直线  $y = 1 - 2x, y = x + 1$  和  $x$  轴所围成的闭区域.

四、应用题(本题10分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题卡相应位置上)

20. 某空中花园建造一个活动平台, 该平台形状是由曲线  $y = 30 \cos \frac{\pi x}{60}$  和  $y = \frac{x^2}{30} - 30$  所围成

的平面图形. 已知平台所能承受的最大压强为  $P = 5$  千牛/平方米, 求平台所能承受的最大压力  $F$ . ( $x, y$  的单位均为米. 按  $\pi \approx 3.14$  近似计算, 计算结果精确到 0.01 千牛. 提示:

$F = PS$ , 其中  $S$  为受力面积.)

## 河北省 2022 年普通高校专升本考试

## 高等数学(一) (理工类) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上, 填涂在其他位置无效)

1. 下列函数中为奇函数的是 ( )

A.  $y = \sin x + \cos 2x$

B.  $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$

C.  $y = \tan x + 1$

D.  $y = x^3 + x$

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \\ x^2 + a, & x \leq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 则  $a =$  ( )

A.  $e^{-2}$

B.  $e^{-1}$

C.  $e^2$

D. 1

3. 设函数  $f(x) = x^3 - 12x$ , 则下列结论正确的是 ( )A. 函数  $f(x)$  在  $(-2, 2)$  内单调增加,  $x=2$  为极小值点B. 函数  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  内单调增加,  $x=-2$  为极大值点C. 函数  $f(x)$  在  $(2, +\infty)$  内单调减少,  $x=2$  为极大值点D. 函数  $f(x)$  在  $(-2, +\infty)$  内单调减少,  $x=-2$  为极小值点4. 设函数  $f(x)$  的一个原函数为  $\cos 2x$ , 则  $\int x f'(x) dx =$  ( )

A.  $\sin 2x - 2x \cos 2x + C$

B.  $2x \cos 2x + \sin 2x + C$

C.  $-2x \sin 2x - \cos 2x + C$

D.  $2x \sin 2x - \cos 2x + C$

5. 下列结论错误的是 ( )

A. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处极限存在B. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导C. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续D. 若函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 则  $f(x)$  在点  $x_0$  处可微6. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ , 且  $AX = X + B$ , 则矩阵  $X =$  ( )

A.  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

B.  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

C.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

7. 过点  $(1, 4, 5)$  且与平面  $x + 2y + 4z - 3 = 0$  和  $x + y + z = 0$  都垂直的平面方程是 ( )

A.  $2x - 3y + z + 5 = 0$

B.  $2x + 3y + z - 19 = 0$

C.  $x + 2y + 4z - 29 = 0$

D.  $x - 2y + 4z - 13 = 0$

8. 下列所给级数中条件收敛的是 ( )

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$

B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$

9. 函数  $f(x) = x^2 e^{-x}$  展开成  $x$  的幂级数是 ( )

A.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$

B.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+2}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$

D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+2}}{n!}, x \in (-\infty, +\infty)$

10. 微分方程  $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = x e^x$  的特解形式可设为 ( )

A.  $y^* = a x e^x$

B.  $y^* = (a x + b) e^x$

C.  $y^* = (a x^2 + b x + c) e^x$

D.  $y^* = (a x^2 + b x) e^x$

二、填空题(本大题共5小题,每小题4分,共20分,将答案填写在答题纸的相应位置上,填写在其他位置无效)

11. 已知行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & k & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1) dt}{1 - \cos x} =$  \_\_\_\_\_.

13. 由曲线  $y = x^2$  和直线  $y = 2x$  所围成的平面图形的面积为 \_\_\_\_\_.

14. 由参数方程  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$  所确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2y}{dx^2} =$  \_\_\_\_\_.

15. 函数  $z = x^y$  的全微分  $dz =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题(本大题共4小题,每小题10分,共40分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上,填写在其他位置上无效)

16. 设  $z = f(e^{x+y}, xy)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

17. 计算二重积分  $\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy$ , 其中积分区域  $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

18. 利用格林公式计算曲线积分  $\int_L (2 + ye^x) dx + (2x + e^x) dy$ , 其中  $L$  是从点  $A(2, 0)$  经圆弧  $y = \sqrt{4-x^2}$  到点  $B(-2, 0)$  的曲线段.

19. 当  $\lambda$  为何值时, 线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 8x_4 = \lambda \\ 2x_1 + x_2 - 5x_4 = 4 \end{cases}$  有解? 并求出其通解.

四、应用题(本题10分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上,填写在其他位置无效)

20. 用某种轻薄材料建造一个粮仓(包括底面), 其下部为圆柱形, 上部为半球形, 且球半径与圆柱底面半径相等. 设粮仓的容积为  $V$ , 问圆柱底面半径和高各为多少时, 所用材料最省? (提示: 球面表面积  $A = 4\pi r^2$ )



二、填空题(本大题共5小题,每小题4分,共20分,将答案填写在答题纸的相应位置上,填写在其他位置无效)

11.  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx =$  \_\_\_\_\_.

12. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$  满足  $AX = B$ , 则矩阵  $X =$  \_\_\_\_\_.

13. 设方程  $e^z = xyz$  确定了函数  $z = f(x, y)$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_.

14. 经过空间的点  $M(3, 1, -7)$  和  $N(4, 0, -2)$  且平行于  $z$  轴的平面方程为 \_\_\_\_\_.

15. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

三、计算题(本大题共4小题,每小题10分,共40分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上,写在其他位置上无效)

16. 设  $z = f(2x+y) + g(x, xy)$ , 其中  $f$  和  $g$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .

17. 计算二重积分  $\iint_D (xy^2 + y) d\sigma$ ,

其中积分区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

18. 计算曲线积分  $\int_L (xe^{2y} - 1)dx + (y + x^2e^{2y})dy$ , 其中  $L$  是从点  $(0, 0)$  经圆周  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  的上半部分到点  $A(4, 0)$  的弧段.

19.  $\lambda$  为何值时, 方程组  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 4 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 2x_4 = \lambda \end{cases}$  有解? 并求出其通解.

四、应用题(本题10分,将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上,写在其他位置无效)

20. 设生产某种产品的数量与所用三种原料  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的数量  $x$ 、 $y$ 、 $z$  有关系式  $P(x, y, z) = x^2yz$ . 已知原料  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的单价分别为1元、2元和3元, 现欲用2400元购买原料, 求三种原料各购进多少时可使生产的数量最多?

## 河北省 2020 年普通高校专升本考试

## 高等数学(一) (理工类) 试卷

(考试时间 60 分钟) (总分 100 分)

说明: 请将答案填写在在答题纸的相应位置上, 填在其它位置上无效

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个备选项中, 选出一个正确的答案, 并将所选项前的字母填涂在答题纸的相应位置上)

1. 函数  $f(x) = \arcsin \frac{x+1}{2} + \sqrt{x^2-1}$  的定义域为 ( ).

- A.  $[-3, -1]$                       B.  $(-3, -1]$   
C.  $[-3, -1)$                       D.  $(-3, -1)$

2. 设  $f'(x_0)$  存在, 则下列 4 个极限中等于  $f'(x_0)$  的是 ( ).

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[ f(x_0 - \frac{1}{n}) - f(x_0) \right]$                       B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$   
C.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$                       D.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 - 3\Delta x)}{\Delta x}$

3. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{2019}{x} \sin x + x \sin \frac{2020}{x}, & x < 0 \\ a-1, & x = 0 \\ (1-x)^{\frac{b}{x}}, & x > 0 \end{cases}$  在点  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 则  $a+b =$  ( ).

- A.  $2021 + \ln 2020$                       B.  $2021 - \ln 2020$   
C.  $2020 + \ln 2019$                       D.  $2020 - \ln 2019$

4. 下列结论错误的是 ( ).

- A. 如果函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续, 则  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可微.  
B. 如果函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不连续, 则  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不可微.

C. 如果函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可微, 则  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续.

D. 如果函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不可微, 则  $f(x)$  在  $x = x_0$  处也可能连续.

5. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , 或  $AX = B^T$ , 则  $X =$  ( ).

- A.  $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$                       B.  $\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$   
C.  $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$                       D.  $\begin{pmatrix} -7 & -11 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

6. 设  $f(x) = e^{-2x}$ , 则  $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx =$  ( ).

- A.  $2x + C$                       B.  $-2x + C$   
C.  $\frac{1}{x^2} + C$                       D.  $-\frac{1}{x^2} + C$

7. 过点  $P_0(4, 3, 1)$  且与平面  $3x + 2y + 5z - 1 = 0$  垂直的直线方程为 ( ).

- A.  $\frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{5}$                       B.  $3x + 2y + 5z - 23 = 0$   
C.  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{17} = \frac{z-1}{-5}$                       D.  $3x - 17y + 5z + 34 = 0$

8. 下列所给级数中:

- (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n}$ , (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n 2$ , (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}$

收敛级数的个数为 ( ).

- A. 1                      B. 2  
C. 3                      D. 4

9. 已知  $A, B$  均为 3 阶方阵,  $|A| = 2, |B| = -1$ , 则  $|-2AB| =$  ( ).

- A. -4                      B. 4  
C. 16                      D. -16

10. 微分方程  $y' - y \sin x = e^{-\cos x}$  的通解为 ( ).

- A.  $y = e^{\cos x}(x+C)$       B.  $y = e^{-\cos x}(x+C)$   
C.  $y = e^{\cos x}(-x+C)$       D.  $y = e^{-\cos x}(-x+C)$

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其他位置无效)

11. 设函数  $y = f(x)$  满足  $\ln y + \frac{x}{y} = 1$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.

12. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}(x-5)^n$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

13. 微分方程  $y'' - 4y' + 4y = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_.

14. 椭圆抛物面  $z = 2x^2 + 3y^2 - 5$  在点  $(2, -1, 6)$  处的法线方程为 \_\_\_\_\_.

15. 定积分  $\int_{-1}^1 (x^6 - x^2 + 2x^3\sqrt{1-x^2} + 1)dx =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题(本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分, 将解答的主要过程、步骤和答案填写在答题纸的相应位置上)

16. 设  $z = x^2 f\left(\frac{x}{y}, x+y\right)$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

17. 计算二重积分  $\iint_D (a - \sqrt{x^2 + y^2})d\sigma$ , 其中积分区域  $D$  由  $x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$  所围成.

18. 计算曲线积分  $\oint_L (x^2 - xy^3)dx + (y^2 - 2xy)dy$ , 其中  $L$  是四个顶点分别为  $(0, 0), (1, 0), (1, 2), (0, 2)$  的长方形区域的正向边界.

19. 已知线性方程组:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + 7x_2 + 10x_3 + 7x_4 = a \end{cases}, \text{ 当 } a \text{ 取何值时, 方程组有解? 并求出通解.}$$

四、应用题(本题 10 分, 将解答的主要过程, 步骤和答案填写在答题纸的相应位置上)

20. 要制作一个体积为  $576\text{cm}^3$  的长方体带盖的盒子, 其底面长宽之比为  $2:1$ , 问长、宽、高各取何值时, 才能使盒子的表面积最小?



A.  $y = \frac{1}{x}(xe^x - e^x + C)$

B.  $y = \frac{1}{x}(-xe^x + e^x + C)$

C.  $y = \frac{1}{x}(xe^x + e^x + C)$

D.  $y = \frac{1}{x}(-xe^x - e^x + C)$

18. 计算二重积分  $\iint_D xe^y dx dy$ , 其中  $D$  由抛物线  $y = x^2 + 1$ , 直线  $y = 2x$  及  $x = 0$  围成.

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分, 将答案填写在答题纸的相应位置上, 填写在其他位置无效)

11. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2x+a, & x \leq 0 \\ \frac{\sin 2x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ , 在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

12. 曲线  $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 4$  的拐点坐标为 \_\_\_\_\_.

13. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n n} (x-1)^n$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

14. 设  $y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$  ( $C_1, C_2$  为任意常数) 为某个二阶常系数线性齐次微分方程的通解, 则该微分方程为 \_\_\_\_\_.

15. 曲面  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$  在点  $(1, -2, 2)$  的切平面方程为 \_\_\_\_\_.

三、计算题(本大题共 4 小题, 每小题 10 分, 共 40 分, 将解答的主要过程, 步骤和答案填写在答题纸的相应位置上)

16. 设  $z = f(u, x, y)$ ,  $u = xe^y$ , 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

19. 解线性方程组  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$

四、应用题(本题 10 分, 将解答的主要过程, 步骤和答案填写在答题纸上的相应位置上)

20. 欲做一个容积为 300 立方米的无盖圆柱形蓄水池, 已知池底单位造价为周围单位造价的两倍. 问蓄水池的尺寸应怎样设计才能使总造价最低.

17. 利用格林公式计算曲线积分  $\oint_L x^2 y dx - xy^2 dy$ , 其中  $L$  为正向圆周  $x^2 + y^2 = a^2$ .